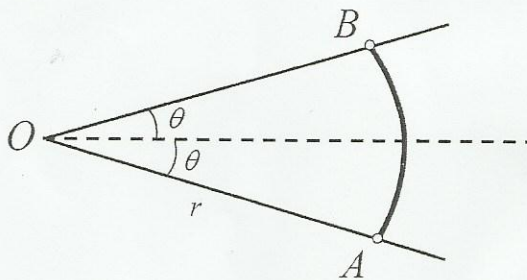


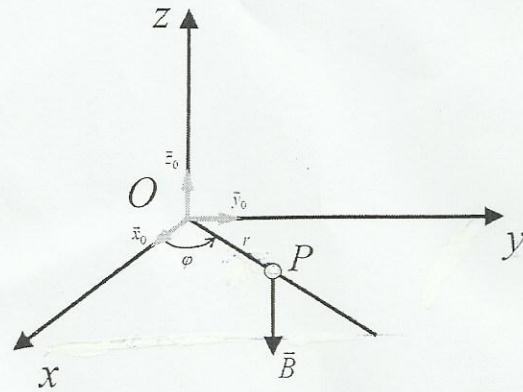


Θέματα

1. (α) Σωστό ή Λάθος, αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας (1.2 μονάδες).
- Σε κλειστά συστήματα υλικών σημείων η μεταβολή της στροφορμής ως προς τον χρόνο, t , είναι σταθερή.
 - Οι έννοιες του χώρου και του χρόνου αποτελούν τις βασικές έννοιες της Νευτώνειας Μηχανικής.
 - Οι αδρανειακές δυνάμεις που εμφανίζονται στο θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής κατά την κίνηση μη αδρανειακού συστήματος οφείλονται στη φυσική πραγματικότητα και γι' αυτό ονομάζονται και φαινομενικές δυνάμεις.
 - Η ταχύτητα υλικού σημείου στη θέση, P , σε κυλινδρικές συντεταγμένες δίνεται από τη σχέση, $\vec{u} = \dot{r}\vec{e}_0 + \dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z$.
 - Σε συνεχές σύστημα υλικών σημείων η μάζα, m , συνδέεται με τον όγκο, V , του συστήματος μέσω του ορισμού της πυκνότητας, ρ .
 - Η μηχανική ενέργεια συνισταμένης δύναμης, \vec{F} , που ασκείται σε υλικό σημείο διατηρείται πάντα σταθερή.
- (β) Υλικό σημείο μάζας m , έχει συνάρτηση δυναμικής ενέργειας, $V(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{\alpha x^2}{2} - k \right)$, όπου k, α , θετικές σταθερές και $x \in \mathbb{R}$. Ποιά είναι η δύναμη που ασκείται στο υλικό σημείο και τι μπορείτε να συμπεράνετε γι' αυτήν τη δύναμη; Το υλικό σημείο κατά την κίνησή του έχει σημεία ισορροπίας; Αν έχει σημεία ισορροπίας, μπορείτε να σχεδιάσετε τη συνάρτηση V και το διάγραμμα φάσεων (x, \dot{x}) της κίνησης του υλικού σημείου; Ποιά είναι η διαφορική εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου; (1.3 μονάδες)
2. (α) Αν η δύναμη \vec{F} , στην οποία υπόκειται υλικό σημείο, είναι της μορφής $\vec{F} = F(r)\vec{e}_0$, να δείξετε ότι: (i) η \vec{F} είναι συντηρητική δύναμη και να βρεθεί η συνάρτηση δυναμικού της, (ii) η τροχιά του υλικού σημείου στο οποίο επιδρά η δύναμη βρίσκεται σε επίπεδο που διέρχεται από την αρχή του συστήματος, O (1.25 μονάδες).
- (β) Έστω δύο υλικά σημεία με μάζες, m_1, m_2 , και διανύσματα θέσης, \vec{r}_1, \vec{r}_2 , αντίστοιχα. (i) Να γραφούν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης για τα δύο υλικά σημεία όταν αυτά βρίσκονται μέσα σε ομογενές βαρυτικό πεδίο, \vec{g} , (δύναμη ανά μονάδα μάζας). (ii) Να βρεθεί το κέντρο μάζας του συστήματος, η σχετική θέση της m_1 ως προς την m_2 , καθώς και η διαφορική εξίσωση κίνησης του συστήματος. (iii) Να βρείτε τις σχέσεις που συνδέουν τα διανύσματα θέσης των δύο υλικών σημείων με το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας, \vec{R} , και με το διάνυσμα της σχετικής θέσης των δύο υλικών σημείων, \vec{r} . (iv) Να υπολογίσετε την ολική κινητική ενέργεια, T_{total} , του συστήματος συναρτήσει των \vec{R} και $\dot{\vec{r}}$ (1.25 μονάδες).
3. (α) Έστω σύστημα N υλικών σημείων. (i) Να γραφεί η διαφορική εξίσωση κίνησης του συστήματος. (ii) Ναδειχθεί ότι όταν το σύστημα είναι κλειστό, η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή και το κέντρο μάζας του συστήματος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ή είναι ακίνητο. (iii) Να γραφεί σε διανυσματική μορφή η διαφορική εξίσωση ισορροπίας συνεχούς συστήματος όταν σ' αυτό ασκούνται μαζικές δυνάμεις (ανά μονάδα όγκου), $\vec{F}_m = (F_x, F_y, F_z)$ (1.3 μονάδες).
- (β) Βρείτε το κέντρο μάζας της καμπύλης, AB , του σχήματος 1, από $\theta = -\alpha$ έως $\theta = \alpha$, με $\alpha > 0$, όταν η γραμμική πυκνότητα είναι σταθερή και ίση με $\rho_l = 1 \text{ kg/m}$ (1.2 μονάδες).
4. (α) Να προσδιορίσετε το διάνυσμα της ταχύτητας, \vec{u} , και της επιτάχυνσης, \vec{a} , σε σύστημα φυσικών συντεταγμένων. Δώστε φυσική εξήγηση για τις συνιστώσες κάθε διανύσματος (1.2 μονάδες).
- (β) Υλικό σημείο μάζας, m , κινείται σε ράβδο, που περιστρέφεται στο επίπεδο, Oxy . Η ράβδος περιστρέφεται δεξιόστροφα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου, ω . Το βάρος, \vec{B} , του υλικού σημείου έχει μέτρο, mg , και φορά αντίθετη της θετικής φοράς του z -άξονα. Να βρεθεί η τροχιά του υλικού σημείου, όταν για $t = 0$, η γωνία $\phi = 0$, σχήμα 2. Να λάβετε υπόψη την αντίδραση, \vec{N} , στη μάζα από τη ράβδο. Θεωρήστε το g γνωστό (1.3 μονάδες).



ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2